

Válasz Bíró Oszkár Professzor Úr opponensi véleményére

Köszönöm Bíró Oszkár Professzor Úr alapos és gondos szakértői munkáját, építő észrevételeit, megjegyzéseit! Nagy megtiszteltetésnek élem meg, hogy Professzor Úr opponense a dolgozatomnak, mert a munkám egyik alappillére a potenciálformalizmusokhoz és a végeselem-módszerhez köthető, és ezeket alapvetően a Bíráló cikkeiből tanultam meg. A bírálat megjegyzései és kérdései lehetőséget adtak az értekezésben bemutatott eredmények alapos elemzésére, azok bővebb bemutatására, s további kutatásokra sarkallnak.

Az alábbiakban a Bíráló kérdéseire és megjegyzéseire reagálok.

Az irodalmi összefoglalóval kapcsolatos kérdések

A Bíráló kérdése (1.1): A (2.4) képletben a $H(t)$ függvény szerepe nem világos. Úgy tűnik, mintha a $\hat{\gamma}(\alpha, \beta)$ függvényt $H(t)$ -vel kellene szorozni, pedig arról van szó, hogy $H(t)$ határozza meg α -t és β -t. Megfelelőbb a $\hat{\gamma}(\alpha, \beta)[H(t)]$ forma.

A jelölt válasza: A Bíráló észrevételével egyetértek. A $\hat{\gamma}(\alpha, \beta)$ operátor a relé-típusú karakterisztikát reprezentálja (l. 1. ábra), ahol α és β a Preisach-háromszögön értelmezett ún. felkapcsolási és lekapcsolási értékek. Azt, hogy a $\hat{\gamma}(\alpha, \beta)$ értéke $+1$ vagy -1 , a gerjesztés aktuális értéke és a lépcsősgörbe által tárolt előélet szabja meg. A dolgozatban az operátorok jelölésére a $\{\cdot\}$ kapcsos zárójelet használom, a

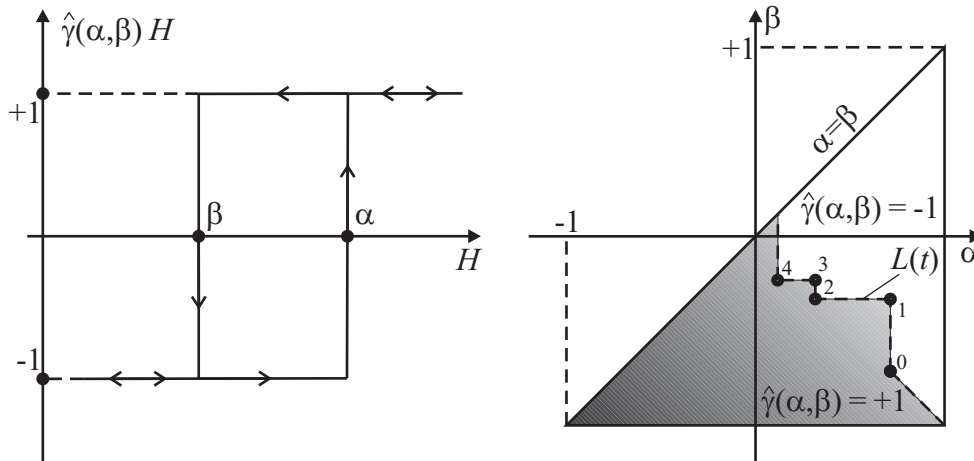
$$B(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}(\alpha, \beta) H(t) d\alpha d\beta$$

(2.4) összefüggés helyesen tehát:

$$B(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}(\alpha, \beta) \{H(t)\} d\alpha d\beta.$$

Ugyanez igaz a 13. oldalon álló (2.17) és a 14. oldalon álló (2.20) összefüggésekre.

A lépcsősgörbe, s így a $\hat{\gamma}(\alpha, \beta)$ operátor működését a 3.1.2. fejezetben tárgyalom.



1. ábra. A relé-típusú karakterisztika és a Preisach-háromszög a lépcsős görbével

A Bíráló kérdése (1.2): A (2.9) képletben a W jelölés szokatlan a veszteségre (W inkább energiát jelöl). Itt teljesítménysűrűségekről van szó, amelyeket p -vel szokás jelölni.

A jelölt válasza: A (2.9) összefüggés az alábbi:

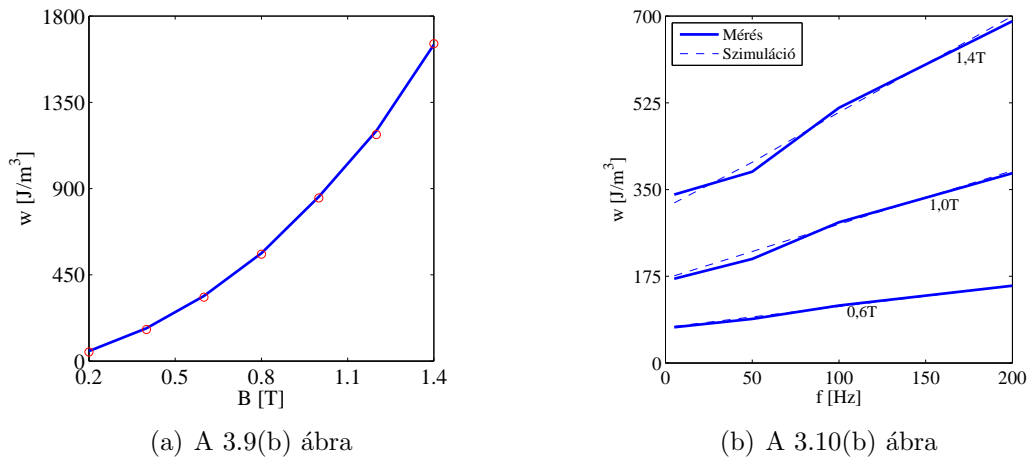
$$W_{\text{tot}} = W_{\text{hiszt}} + W_{\text{orv}} + W_{\text{jar}},$$

ahol W_{hiszt} a statikus hiszterézis karakterisztika által felölelt frekvenciától független területe, W_{orv} a Maxwell-egyenletekből számítható klasszikus örvényáramú veszteség, W_{jar} a domenfalak mozgása által indukált mikro-örvényáramok hatására létrejövő járulékos veszteség, W_{tot} pedig a vastestben disszipálódó teljes veszteség.

Valóban, a (2.9) összefüggésben szereplő W jelölés helyesebben w vagy p , ennek mértékegysége J/m^3 . A W helyesen az egységnyi térfogatra jutó veszteség. Ugyanez helytálló az 5.2. fejezetben is. Helyesen tehát:

$$w_{\text{tot}} = w_{\text{hiszt}} + w_{\text{orv}} + w_{\text{jar}}.$$

A 42. oldalon található 3.9(b) és 3.10(b) ábrákon már helyesen w -vel jelöltem ezen mennyiséget. Az ábrákat itt a könnyebb követhetőség miatt a 2. ábrán megismétlem.



2. ábra. A hiszterézishurok alatti terület

A Bíráló kérdése (1.3): A (2.12)-ben szereplő R paraméter nem nevezhető mágneses ellenállásnak, amely a gerjesztő áram és a fluxus hányadosa egy mágneses hálózatban. A [93] irodalomban a „dynamic magnetic resistivity” kifejezés szerepel, amely dinamikus fajlagos mágneses ellenállásnak fordítható, de fizikailag inkább egy fajlagos mágneses vezetőképesség.

A jelölt válasza: A (2.12) összefüggés a mágneses indukció időbeli változási sebességét adja meg:

$$\frac{dB}{dt} = R(H - H_0),$$

ami az R mágneses ellenállással és a H_0 paraméterrel szabályozható. Így szól a szöveg a dolgozatban.

A mágneskör-elmélet jelölései és elnevezései szerint valóban nem helytálló a mágneses ellenállás elnevezés. Az irodalomban mindenütt „dynamic magnetic resistivity” néven említik

ezt a paraméteret. Mértékegysége Ω/m , azt gondolom, magyarul a dinamikus fajlagos mágneses ellenállás elnevezés a helyes.

A Bíráló kérdése (1.4): Nem világos, hogy mi az összefüggés (2.11) és (2.14) között, ezek formailag ellentmondanak egymásnak.

A jelölt válasza: A (2.11) összefüggés az alábbi:

$$H(B, dB/dt) = H_{\text{st}}(B) + \frac{\sigma d^2}{12} \frac{dB}{dt} + C\delta \sqrt{\left| \frac{dB}{dt} \right|}.$$

Az első komponens statikus, frekvenciafüggetlen hiszterézismodellel számítható. A második tag egy σ vezetőképességű, d vastagságú, nagy kiterjedésű lemez modelljéből határozható meg az egydimenziós örvényáramú Maxwell-egyenleteket felírva, s végül, a harmadik komponens a járulékos veszteségekért felelős, amelyben C egy mérési eredményekhez illeszthető paraméter, δ pedig a dB/dt előjele.

A (2.14) összefüggés a (2.11) összefüggés első tagját és a harmadik tagjának általánosított alakját tartalmazza, a másodikat nem:

$$H(B, dB/dt) = H_{\text{st}}(B) + \delta \left| \frac{1}{r(B)} \frac{dB}{dt} \right|^{1/\gamma},$$

azaz egy másik modellezési lehetőség a mágneses térerősség meghatározására.

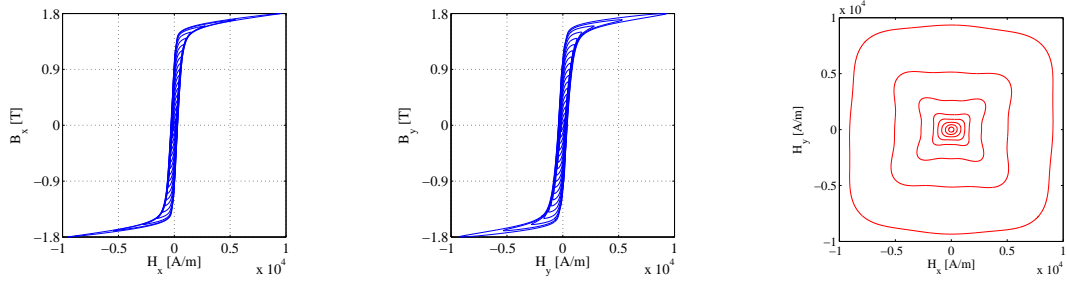
A feldolgozott irodalom szerint Bertotti munkássága eredményeképp a (2.11)-ben szereplő harmadik tag időben korábban született, a (2.14) második komponense pedig egy általánosabb, nagyobb szabadságfokot adó formula, hiszen benne a konstans C helyett az $r(B)$ függvény, a gyökös kifejezés helyett pedig az $1/\gamma$ kitevő szerepel. Az $r(B)$ és a γ mérési eredményekhez illeszthető. Ahogy a 2.1.3. fejezet végén megjegyeztem, többen különféle anyagokhoz különféle $r(B)$ függvényeket szerkesztettek. Az elképzelésem az volt, hogy az az örvényáramokat reprezentáló $\frac{\sigma d^2}{12} \frac{dB}{dt}$ komponenst lecserélem a végeselem-módszerrel számított örvényáramra, ami pontosabban veszi figyelembe a kérdéses geometriát.

A Bíráló kérdése (1.5): Nem világos, hogy a 14. oldalon a (2.21) képletet követően milyen izotrop anyagról van szó, amely anizotrópiával bír (akkor nem izotrop). Ez a további fejezetekben is előfordul.

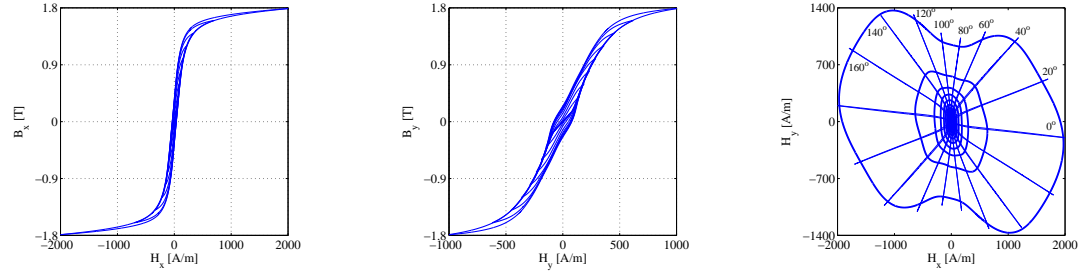
A jelölt válasza: Kétféle mágneses anyagot vizsgáltam.

A C19 jelzésű szerkezeti acél 3.17. és 3.18. ábrákon látható karakterisztikái alapján izotrop anyagnak mondható. A hengerelés és vágás következtében némi különbség látható az x irányú (hengerelés iránya) és az y irányú (hengerelésre merőleges irány) hiszterézisek között. A hivatkozott ábrákat a 3. ábrán megismétlem.

Az M250-35A jelzésű anyagból villamos forgógépekhez vágnak ki lemezeket, ami - méréseim alapján - ennek ellenére jobban észrevehető anizotrop tulajdonságot mutat, ahogy az a 3.19. és a 3.20. ábrákon látható. A dolgozatban végig erre az anizotrópiára gondoltam, de a Bírálónak igaza van, nem kellett volna izotropnak neveznem az anyagot. A hivatkozott ábrákat a 4. ábrán megismétlem.



3. ábra. Mért karakterisztikák a C19 acél esetében (3.17. és 3.18. ábrák a dolgozatból)



4. ábra. Mért karakterisztikák a M250-35A anyag esetében (3.19. és 3.20. ábrák a dolgozatból)

A Bíráló kérdése (1.6): A (2.22) egyenletben az eltolási áramsűrűség hiányzik, bár ez mint egy Maxwell-egyenlet szerepel. Később említi az értekezés, hogy az egyenletekben a szerző az eltolási „áramot” (tkp. áramsűrűséget) elhanyagolta. Ez természetesen a vizsgált esetekben megfelelő, de (2.22) felírásakor nem helyes Maxwell-egyenletről beszélni.

A jelölt válasza: Egyetértek a Bíráló észrevételével. Az eltolási áramsűrűséget rögtön elhagytam, mert a kutatómunka során, s így a dolgozatban is végig csak alacsonyfrekvenciás problémákkal foglalkoztam. Helyesen tehát:

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t}.$$

A jobb oldalon a második tag az eltolási áramsűrűség.

A Bíráló kérdése (1.7): A 20. oldalon szereplő $\vec{K}(\vec{r}, t)$ függvény nem felületi áram, hanem felületi áramsűrűség.

A jelölt válasza: Az észrevétellel egyetértek.

A Bíráló kérdése (1.8): A (2.28)-ban szereplő \vec{T}_0 áram-vektorpotenciál nem feltétlenül egyezik meg a μ_0 permeabilitású közegben fellépő mágneses térerősséggel. Ellenkezőleg, legtöbbször célszerű \vec{T}_0 -t úgy választani, hogy az ne egyezzen meg a Biot–Savart-törvényből számítható mágneses gerjesztettséggel. Erre jó példa az értekezés 5.1 pontja.

A jelölt válasza: A (2.28) egyenlet a következő:

$$\nabla \times \vec{T}_0 = \vec{J}_0, \quad \nabla \times \vec{H}_m = \vec{0},$$

ami a mágneses térerősség $\vec{H} = \vec{T}_0 + \vec{H}_m$ felbontásából adódik. Az első tag egy rotációval bír, a második tag pedig egy rotációmentes komponens.

Az észrevétellel egyetértek. A \vec{T}_0 áram-vektorpotenciál számítására számos lehetőség kínálkozik, s legtöbbje nem a Biot–Savart-törvényből számítható mágneses térrel egyezik meg. Az 5.1. fejezetben magam is ilyen technikát hoztam létre.

A Bíráló kérdése (1.9): A 2.3.2 pontban közölt vektorpotenciál-formalizmusok leírásánál legtöbbször először az egyetlen releváns szabad formalizmus szerepel, a kötött formalizmust (amelynek numerikus realizálása problematikus) csak másodjára említi a szerző. Nem világos, hogy a statikus esetben bevezethető mágneses vektorpotenciál esetén miért került a kötött formalizmus első helyre, azt a látszatot keltve, hogy ez a lényegesebb kezelési módszer.

A jelölt válasza: Az örvényáramú tér tárgyalása során először a szabad formalizmust, majd a kötött formalizmust mutatom be, ahogy a Bíráló is jelzi.

A statikus tér bemutatása során el szerettem volna kerülni a vektorpotenciál egyértelműségét biztosító Coulomb-mérték fontosságának hangsúlyozását, emiatt rögtön a kötött formalizmust írtam fel először, s csak utána a szabad formalizmust. Azt gondoltam, hogy a bevezető részben a potenciálformalizmusokat illetően nem megyek mély részletekbe, a 2.3. fejezet elején hivatkozom Bíró Oszkár Professzor Úr MTA Doktora címért benyújtott disszertációjára, - ahol mindez részletesen megtalálható - és az erre építkező [14] monográfiámra.

A 2. fejezetben a hiszterézis karakterisztikáról szóló 2.1. és 2.2. fejezetek összesen 14 oldalt tesznek ki, a vizsgált elektrodinamikai problémák és azok végeselem-módszerrel történő megoldásáról szóló 2.3. fejezet szintén 14 oldal terjedelmű.

Egyetértek a Bírálóval abban, hogy a szabad formalizmus a lényegesebb és modernebb technika.

A Bíráló kérdése (1.10): A 30. oldalon szereplő megállapítás a közelítő formafüggvényekről nem helytálló, azok tartója nem egyetlen végeselem, hanem azon végeselemek halmaza, amelyekben a megfelelő csomópont (vagy él) szerepel (ld. a (iii) pontot a 31. oldalon).

A jelölt válasza: A Bíráló észrevételével egyetértek. Köszönöm a helyreigazítást!

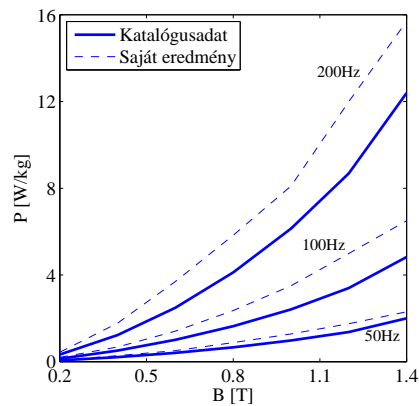
A Bíráló kérdése (1.11): A 32. oldal első bekezdésében szereplő megállapítás, miszerint a mágneses vektorpotenciál az „eredmények” tanúsága szerint nem folytonos, nem helytálló. Arról van szó, hogy amennyiben a normális komponens folytonosnak választjuk (ami a kötött formalizmus esetén kötelező), akkor a végeselem-formafüggvényekkel nem közelíthető meg a megoldás.

A jelölt válasza: A bírálói észrevétellel egyetértek, félreérthető módon fogalmaztam. Köszönöm a helyreigazítást!

Az első tézissel kapcsolatos kérdések

A Bíráló kérdése (2.1): Mi az oka annak, hogy a szerző által mért veszteségek nagyobbak a gyártó által közölt adatoknál (ld. a 3.6 ábrát, ill. a 38. oldalon szereplő megállapítást)?

A jelölt válasza: A dolgozat 3.6(b) ábráját a könnyebb követhetőség miatt az 5. ábrán megismétlem.



5. ábra. A mért veszteségi adatok összevetése a katalógusbeli adatokkal

A gyártó (ArcerolMittal) a katalógusai alapján szabványos Epstein-kerettel mérte az anyagi jellemzőket, ami 25cm hosszúságú lemezekből áll, én viszont kisméretű toroid transzformátort használtam, aminek közepes sugara 2,5cm. A toroid tekercs vasmagját egy villamos forgógépből nyertem úgy, hogy a gép fogait a műhelyben levágtuk és lecsiszoltuk. Elképzelhetőnek tartom, hogy ez a mechanikai beavatkozás feszültségeket keltett az anyagban, s ez lehet a háttérben. A másik lehetséges ok a doménszerkezetben kereshető: az Epstein-keret - szintén a méreténél fogva - jóval több domént tartalmazhat, míg a kicsiny méretű toroid kevesebbet. A próbatest mérete befolyásolhatja a mérési eredményeket. Nem volt azonban alkalom arra, hogy mikroszkopikus vizsgálatokat végezzek a domének méretére vonatkozóan.

Ez az anyag fontos szerepet játszik az alternatív hajtású járművek meghajtását biztosító villamos gépekben. A Széchenyi István Egyetem Járműipari Kutató Központjában ez a fajta jármű a kutatások középpontjában áll, s emiatt a közeljövőben egy szabványos Epstein-keret megépítését célzom meg, amittől azt várom, hogy sokkal precízebb és pontosabb mérések végrehajtását fogja biztosítani.

A Bíráló kérdése (2.2): A (3.5) és (3.6) képletek tanúsága szerint az Everett-függvény dimenziótlan értékeket vesz fel. Ennek ellentmondanak az irodalmi összefoglalóban szereplő (2.7) és (2.8) képletek, amelyek szerint az Everett függvény dimenziója a mágneses indukciójával egyezik meg.

A jelölt válasza: A (3.5) összefüggés a következő:

$$H(t) = H_{\max} (-E(\alpha_0, \beta_0) + 2 [E(\alpha_1, \beta_0) - E(\alpha_1, \beta_1)]),$$

amiből az látszik, - ahogy a Bíráló is jelzi - hogy az Everett-függvény dimenziótlan. A (2.8)

összefüggés az Everett-függvényt definiálja:

$$E(\alpha, \beta) = \frac{B_\alpha - B_{\alpha, \beta}}{2},$$

ami szerint az Everett-függvény mértékegysége a tesla.

Munkám során az Everett-függvény értékei mindig dimenziótlanok: a mért hiszterézis karakterisztikát minden esetben normáltam a technikai szaturációhoz tartozó mágneses térerősség és a mágneses indukció értékeinek megfelelően. Technikai szaturáció alatt a mérések során előálló legnagyobb mágneses térerősséghez és mágneses indukcióhoz tartozó értékeket értem.

A Bíráló észrevétele viszont helyénvaló, a (2.7) és (2.8) összefüggéseknél ezt ki kellett volna emelnem.

A Bíráló kérdése (2.3): A 41.oldalon szereplő $R_0 = 23,79$ érték nem értelmezhető az egység megadása nélkül. Ld. az 1.3 kérdést is.

A jelölt válasza: Az R_0 mennyiség mértékegysége Ω/m , azaz $R_0 = 23,79 \Omega/\text{m}$, a Bíráló észrevételét köszönöm.

A második tézissel kapcsolatos kérdések

A Bíráló kérdése (3.1): A (4.9) képletben szereplő \vec{H}_{jar} tag kiszámításának módja magyarázatra szorul. Különösen ezen képlet kapcsolata a (2.11), (2.14), ill. (3.7) kifejezésekkel nem világos.

A jelölt válasza: A (4.10) összefüggés véleményem szerint egyszerűbb, (4.9) ebből átalakítással levezethető.

A $\vec{H} = \nu \vec{B} + \vec{I} + \vec{H}_{\text{jar}}$ (4.10) összefüggésben az első két tag a statikus modell által szolgáltatott mágneses térerősség, az utolsó tag, a \vec{H}_{jar} egyszerűen szélesíti a hiszterézis karakterisztikát, hiszen adott mágneses indukcióhoz a felfelé futó ágon pozitív előjellel, a lefelé futó ágon pedig negatív előjellel adódik hozzá a statikus modell által számolt értékhez. A járulékos komponens számítására a dolgozatban a (2.14) összefüggést használtam a (2.15) formulával:

$$H_{\text{jar}} = \delta \left| \frac{1}{r(B)} \frac{dB}{dt} \right|^{1/\gamma}, \quad r(B) = \frac{R_0}{1 - \left(\frac{B}{B_s} \right)^2}.$$

A $\vec{H} = \nu \vec{B} + \vec{I} + \vec{H}_{\text{jar}}$ összefüggés átírható:

$$\vec{B} = \frac{\vec{H} - \vec{I} - \vec{H}_{\text{jar}}}{\nu},$$

majd $\mu = 1/\nu$, illetve $\vec{R} = -1/\nu \vec{I}$ jelöléssel

$$\vec{B} = \mu \underbrace{(\vec{H} - \vec{H}_{\text{jar}})}_{\vec{H}_{\text{st}}} + \vec{R},$$

A \vec{H}_{jar} helyét a megoldandó egyenletekben a 4.3. fejezetben adom meg, látható, hogy a járulékos komponens minden esetben az egyenletek jobb oldalán jelenik meg.

Áttekintve a dolgozat ezen fejezeteit, valóban, az összefüggések egymáshoz való kapcsolását nem biztos, hogy egyértelműen magyaráztam. Köszönöm, hogy az Opponens erre felhívta a figyelmem.

A Bíráló kérdése (3.2): A (4.64) és (4.74) képletek hivatkozás nélküli közlése az optimális fixpont- reluktivitás, ill. -permeabilitás választására magyarázatra szorul. Ezzel kapcsolatban megjegyzem, hogy az optimális fixpont-reluktivitás, ill. -permeabilitás a végeselem-módszer realizálása során nem szükségképpen állandó érték a teljes diszkretizált geometriai tartományon. Például a [B1] hivatkozás egy jóval általánosabb eredményt közöl az optimális választásra.

A jelölt válasza: A (4.64) a $\nu = \frac{\nu_{\max} + \nu_{\min}}{2}$, a (4.74) pedig a $\mu = \frac{\mu_{\max} + \mu_{\min}}{2}$ optimális reluktivitás és permeabilitás összefüggése.

A Bíráló megjegyzésével egyetértek, minden helyen hivatkoznom kellett volna az optimális értékeket tárgyaló irodalmat. A hivatkozást egy helyen, a fejezet végén utólag tettem meg: [14,62-64,72,192,238,247-265,277,281,284-289,292-302], amelyek az általam ismert, fixpontos technikával foglalkozó cikkeket, dolgozatokat, könyveket tartalmazza. Megjegyzem, hogy a [14] monográfiában az optimális értékek levezetését a hivatkozott irodalom alapján nagyon részletesen megtettem.

A fixpontos iterációs séma elektromágneses térszimulációban való alkalmazása Hantila munkásságán alapul [248-252,268], aki az általam ismert és a dolgozatban hivatkozott művekben igazolta a módszer biztos globális konvergenciájának feltételét. A globális itt azt jelenti, hogy a μ és ν értékeket nem kell (nem szükséges) változtatni a számítás során, sem az egyes időpillanatokban, sem az iterációban. Ennek előnye, hogy a felépített egyenletrendszer nem kell iterációról iterációra módosítani, viszont sok esetben lassú - habár biztos - konvergenciát biztosít.

Többen foglalkoztak azzal, hogy ezt a bizonyos globálisan optimális értéket lokálissá tegyék, ezáltal a fixpontos technika jelentősen gyorsítható (Chiampi és szerzőtársai a [263] cikkben, vagy Dlala és szerzőtársai a [264] cikkben). A lokális annyit jelent, hogy minden időpillanatban, s minden geometriai pontban, ahova hiszterézis modellt kell allokálni, ott a μ vagy ν értéke más és más, a kontrakció feltételét természetesen betartva. Hasonlóan jó eredményeket ért el Sári Zoltán PhD értekezésében:

Z. Sári, Investigation of multi-valued, hysteresis-type nonlinearities in numerical field problems, PhD disszertáció, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2012.

A Bíráló által javasolt

G. Koczka, S. Auserhofer, O. Bíró, K. Preis, *Optimal Convergence of the Fixed-Point Method for Nonlinear Eddy Current Problems*, IEEE Transactions on Magnetism, vol. 45, no. 3, pp. 948-951, 2009

cikket áttanulmányoztam, köszönöm, hogy figyelmembe ajánlotta.

Azt gondolom, hogy például ipari igényű feladat megoldása kapcsán, vagy optimalizációs feladat futtatása során, esetleg az eljárás kereskedelmi szoftverbe illesztésekor a nagy futási időt feltétlenül csökkenteni szükséges, amelynek egyik lehetséges módja a fixpont-reluktivitás, illetve fixpont-permeabilitás általam is használttól eltérő megválasztása. A múltban főleg

akadémiai tesztfeladatok megoldásával foglalkoztam, amelynek eredményeképp meggyőződtem arról, hogy a módszer kiválóan alkalmas hiszterézist is figyelembe vevő számításokra. A jövőben szándékomban áll a javasolt általánosabb eredmények felkutatása. Köszönöm, hogy erre a Bíráló felhívta a figyelmem.

A Bíráló kérdése (3.3): Miért nem foglalkozott a szerző a direkt hiszterézis modell frekvenciafüggő kiterjesztésével (ld. a 69. oldalon, a 4.4.2 pont első mondatát)?

A jelölt válasza: Ahogy a 2.1.3. fejezetben írom, a vastestben disszipálódó w_{tot} veszteség három fő részből tevődik össze:

$$w_{\text{tot}} = w_{\text{hiszt}} + w_{\text{orv}} + w_{\text{jar}},$$

amiből levezethető [77], hogy a mágneses térerősség is három komponensből tevődik össze:

$$H = H_{\text{st}} + H_{\text{orv}} + H_{\text{jar}}.$$

Az első tag, a statikus komponens csak a mágneses indukció értékétől függ, míg az örvényáramú komponens és a járulékos komponens a mágneses indukció változási sebességétől is. Az első tag értelemszerűen inverz modellel írható le. A frekvenciafüggés figyelembe vételével kapcsolatos művek a mágneses indukciót illetve annak változási sebességét használják fel, amelyek közvetlenül az inverz modell bemenetét adják, s eredményül a mágneses térerősséget kapjuk.

Az általam kidolgozott fixpontos technikán alapuló eljárások alkalmasak arra, hogy az inverz modellt akár a mágneses vektorpotenciált (esetleg kiegészítve az elektromos skalárpotenciállal), akár a mágneses skalárpotenciált (esetleg kiegészítve az áram-vektorpotenciállal) használó eljárásokban közvetlenül lehessen használni. Az előbbi a mágneses indukciót, utóbbi a mágneses térerősséget szolgáltatja. Így praktikusán a direkt modell hiánya nem okoz problémát. Az általam kidolgozott fixpontos technikán alapuló eljárások alkalmasak arra, hogy az inverz modellt akár a mágneses vektorpotenciált (esetleg kiegészítve az elektromos skalárpotenciállal), akár a mágneses skalárpotenciált (esetleg kiegészítve az áram-vektorpotenciállal) használó eljárásokban közvetlenül lehessen használni. Az előbbi a mágneses indukciót, utóbbi a mágneses térerősséget szolgáltatja. Így praktikusán a direkt modell hiánya nem okoz problémát.

Bertotti az [51] cikkben dolgozta ki a direkt skalár Preisach-modell első frekvenciafüggő általánosítását, ami az ideális relé-típusú karakterisztikát módosítja oly módon, hogy annak kapcsolási sebessége véges legyen. Ezzel a modellel nem foglalkoztam behatóbban, mert ahogy Füzi János is megjegyzi a [29] cikkben, a számítási költsége nagy, s így numerikus számításokhoz való illesztése nem célravezető. A [29] cikk tartalmaz olyan kiterjesztést, amely alkalmas a direkt modell és az inverz modell alkalmazására is, de a cikkben közölt összefüggések polarizációs formulához való illesztését problematikusnak találtam, így ezt az utat is elvetettem.

Érdekes, hogy egyetlen olyan cikket találtam, amely a direkt modellt feltételezi, s a viszkozitáson alapuló kiterjesztést használja:

P. Krivosik, *Dynamical losses description in grain-oriented materials*, Czechoslovak Journal of Physics, vol. 52, pp. A49-A52, 2002,

de a cikknek legjobb tudomásom szerint nincs folytatása. A modellt a következő egyenlet jellemzi:

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} (M_{\text{stat}}(H) - M(t)),$$

ahol $M_{\text{stat}}(H)$ írható le a statikus direkt hiszterézis modellel, s eredményül az M mágnesezettséget kapjuk, τ pedig paraméter.

A harmadik tézissel kapcsolatos kérdések

A Bíráló kérdése (4.1): Az 5.1 pontban közölt eljárás potenciálisan értékes. Sajnos az (5.3) peremfeltétel nem releváns az adott probléma esetén, helyette a $(\nabla \times \vec{T}_0) \times \vec{n} = \vec{0}$ peremfeltételt kell előírni. Ez utóbbi az operátor természetes peremfeltétele, így azt az (5.4) funkcionál minimalizásakor nem kell figyelembe venni.

A jelölt válasza: Az 5.1. fejezetben a \vec{T}_0 áram-vektorpotenciál élmenti végelem-módszerrel történő közelítésének egy lehetséges módszerét mutatom be. A módszert a következő cikk inspirálta:

V. P. Bui, Y. L. Floch, G. Meunier, J.-L. Coulomb, *A New Three-Dimensional (3-D) Scalar Finite Element Method to Compute \vec{T}_0* , IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 42., No. 4., pp. 1035-1038, 2006.

A cikk, ahogy a címe is tükrözi, a csomóponti végelem-módszert alkalmazó eljárások számára adja meg az áram-vektorpotenciál számításának egy előnyös módszerét. A cikkben közölt kötött formalizmus előnye abban áll, hogy a \vec{T}_0 potenciál számítását egy parciális differenciálegyenletet és alkalmas peremfeltételeket tartalmazó peremérték-feladat megoldására vezeti vissza, ami végelem-módszerrel megoldható. Nem kell tehát más típusú megoldást, például a Biot–Savart-törvényt realizálni.

Megjegyzem, hogy ez a cikk sajnálatosan kimaradt a dolgozat irodalomjegyzékéből.

Dolgozatomban ezt a módszert gondoltam tovább oly módon, hogy azt az élmenti végelem-módszert (szabad formalizmus) alkalmazó eljárás csomagokba is be lehessen építeni. A részletes levezetést az

M. Kuczmán, A. Iványi, *The Finite Element Method in Magnetism*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 2008

című monográfia tartalmazza. A levezetés végkövetkeztetése eredményeképp előáll egy peremfeltétel azonban a mű szedése alatt helytelenül került a könyvbe is, s végül a dolgozatba is. A dolgozatban ez az (5.3) peremfeltétel. A megoldandó peremérték-feladat a $\Gamma = \Gamma_H \cup \Gamma_B$ perem által határolt Ω tartományban tehát helyesen az alábbi:

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla \times \vec{T}_0 &= \nabla \times \vec{J}_0, \quad \text{az } \Omega \text{ tartományon,} \\ \vec{T}_0 \times \vec{n} &= \vec{0}, \quad \text{a } \Gamma_H \text{ peremen,} \\ (\nabla \times \vec{T}_0) \times \vec{n} &= \vec{0}, \quad \text{a } \Gamma_B \text{ peremen,}\end{aligned}$$

amelynek gyenge alakja a következő:

$$\int_{\Omega} (\nabla \times \vec{W}) \cdot (\nabla \times \vec{T}_{0,a}) d\Omega = \int_{\Omega} (\nabla \times \vec{W}) \cdot \vec{J}_0 d\Omega,$$

és az áram-vektorpotenciál végelem-módszerrel történő $\vec{T}_{0,a}$ -val jelölt approximációja előállítható.

Számomra mindez azért volt lényeges, mert munkám során részben a COMSOL Multiphysics végelem-szoftverrel dolgoztam, amelyben a gyenge alakkal megfogalmazott feladatok könnyedén realizálhatók, de például a Biot–Savart-törvény által számított adatok élekhez történő rendelése nem volt megoldható.

Az irodalmat ismerve, ez a tézispont véleményem szerint saját új tudományos eredmény. Köszönöm, hogy az itt vétett hibámra a Bíráló felhívta a figyelmem.

A Bíráló kérdése (4.2): Az 5.2 pontban szereplő feladat egydimenziós, így nem alkalmas arra, hogy a kidolgozott módszerek hatékonyságát igazolja. Az (5.9) képletben szereplő \vec{H}_{exc} kifejezés itt fordul először. Talán ez ugyanaz mint a 3.1 kérdésben szereplő \vec{H}_{jar} , de akkor vonatkozik rá az ott tett megjegyzés. A 76. oldalon szereplő megjegyzés arról, hogy a mágneses fluxus előírása Neumann-típusú peremfeltétellel történhetne, nem helytálló. A H_y -ra vonatkozó Neumann-típusú peremfeltétel az elektromos térerősség E_x x-irányú komponensének előírását jelentené. Nem világos, hogy az 5.4 ábra milyen B-H karakterisztikára vonatkozik. Végül zavaró, hogy a 78. oldal utolsó bekezdésében egy új, alig definiált probléma megoldása kerül elő.

A jelölt válasza: A diffúziós egyenlet levezetése során egyetlen lemezből álló elrendezést vizsgáltam. Ennek a szándékosan egyszerű példának a célja illusztráció, amiből rögtön látható a kidolgozott dinamikus hiszterézismodell és a járulékos komponensekkel kiegészített polarizációs formula összekapcsolása eredményeképp kapott eljárás alkalmazhatósága.

A következő egyenletekből indultam el:

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E}, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \mu (\vec{H} - \vec{H}_{\text{jar}}) + \vec{R}.$$

A $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ egyenlet a dolgozat 5.1. ábráján felvázolt, végül egydimenziós problémára redukált feladatában automatikusan teljesül. A harmadik egyenlet a dolgozat (4.9) egyenletének megfelelően a járulékos mágneses térerősséggel kiegészített polarizációs formula.

A fent felsorakoztatott egyenletekből (5.9) adódik:

$$\nabla \times \frac{1}{\sigma} \nabla \times \vec{H} + \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \mu \frac{\partial \vec{H}_{\text{exc}}}{\partial t} - \frac{\partial \vec{R}}{\partial t}.$$

Az „exc” index helyesebben, a dolgozat korábbi fejezeteinek megfelelően „jár” lenne, a járulékos (angolul excess) komponensre utalva. Ez sajnálatosan elírás.

Az 5.1. ábrán látható jelöléseket alapul véve az (5.9) egyenlet egyszerűsíthető, ennek eredménye az (5.10) egyenlet, amit végül végeselem-módszerrel oldottam meg az alábbi gyenge alakot használva:

$$\int_X \frac{dN}{dx} \frac{\partial H_y}{\partial x} dx + \mu \sigma \int_X N \frac{\partial H_y}{\partial t} dx - \left[N \frac{\partial H_y}{\partial x} \right]_{\Gamma} = \mu \sigma \int_X N \frac{\partial H_{y,\text{jar}}}{\partial t} dx - \sigma \int_X N \frac{\partial R_y}{\partial t} dx,$$

ahol $N = N(x)$ a súlyozó függvény és egyben a formafüggvény, X jelöli a problémateret, melynek pereme a Γ . Az $\left[N \frac{\partial H_y}{\partial x} \right]_{\Gamma}$ komponens felel a peremfeltételek megadásáért.

Kétfajta gerjesztést vizsgáltam: árammal történő és feszültséggel történő gerjesztést.

Áramgerjesztés esetén a mágneses térerősséget kell megadni a lemez felületén, azaz az $x = \pm d/2$ helyeken. Jelen esetben ez egy-egy pontot jelent Dirichlet-peremfeltétellel, azaz $H_y(\pm d/2)$ kényszerítendő a Γ peremponton, s ekkor $N = 0$.

Feszültséggel történő gerjesztés esetén a következő egyenletből indultam el¹:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = -\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

¹J. P. A. Bastos, N. Sadowski, **Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods**, Marcel Dekker, New York, 2003.

Integrálva mindkét oldalt a lemez $x - z$ síkjában az $y = 0$ helyen lévő A keresztmetszeten a következő egyenlet adódik:

$$\int_A \nabla \times \nabla \times \vec{H} \cdot d\vec{A} = -\sigma \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}.$$

A bal oldal Stokes tétele értelmében egyszerűsíthető, a jobb oldalon pedig a fluxus időbeli megváltozása szerepel, azaz

$$\oint_l \nabla \times \vec{H} \cdot d\vec{l} = -\sigma \frac{d\Phi}{dt},$$

ahol az l zárt görbe az A felületet veszi körbe.

Az A felület egyik oldala a lemez d vastagsága. A másik oldalt L -vel jelölve, $A = dL$, és $L \gg d$.

Az A felületen átmenő Φ fluxust egy átlagos B_a mágneses indukcióval is ki lehet fejezni: $\Phi = B_a A$, s ebben az esetben ezt a $B_a = B_a(t)$ időfüggvényt kell előírni.

A feladatot egydimenziósnek képzelve, az 5.1. ábra jelöléseit használva $\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \vec{e}_z$. Körbejárva az l görbét, és a d oldal menti értéket elhanyagolva a következő egyszerű összefüggés adódik, ahol a negatív előjel is eltűnik:

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} 2L = \sigma \frac{dB_a}{dt} dL,$$

azaz

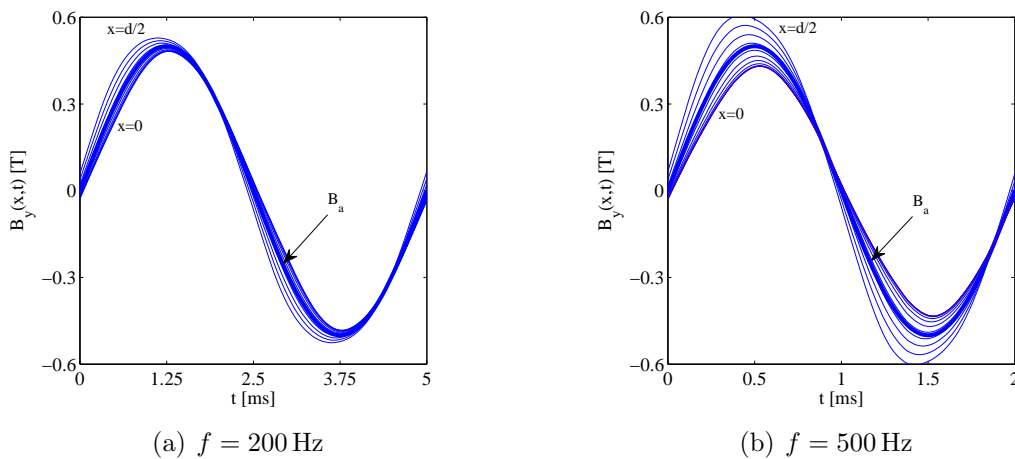
$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{1}{2} \sigma \frac{dB_a}{dt} d,$$

ami behelyettesíthető a fenti gyenge alak $\left[N \frac{\partial H_y}{\partial x} \right]_{\Gamma}$ komponensébe, mint Neumann-feltétel, és $N = 1$.

Összefoglalva elmondható, hogy Dirichlet-feltételt kényszerítve a lemez felületén mérhető mágneses térerősség időfüggvénye írható elő, míg Neumann-feltételt alkalmazva a lemezen belül kialakuló mágneses indukció átlagának (ez a mérhető mennyiség) időfüggvénye adható meg.

Megjegyzem, hogy a dolgozatban főleg a mágneses indukció megadása által mért és szimulált adatokkal kapcsolatos eredményeim hangsúlyozom.

Az 5.2. ábra (itt l. 6. ábra) például azon eredményeket mutatja, amikor a mágneses indukció időbeli lefutása szinuszos. Vastag vonallal rajzoltam az átlagos, azaz az előírt mágneses indukció időfüggvényét, vékony vonallal pedig a lemez felületétől ($x = d/2$) a lemez közepéig ($x = 0$) néhány pontban a kialakuló mágneses indukció időfüggvényét. Utóbbiak átlaga valóban a $B_a(t)$



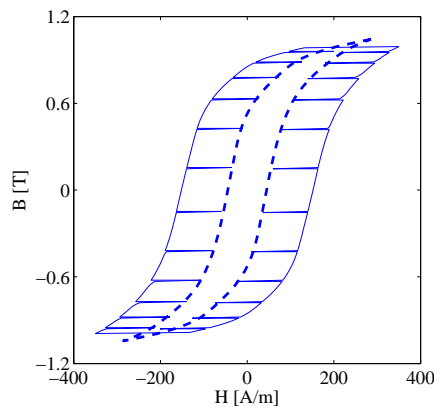
6. ábra. A mágneses indukció alakulása a vékony lemezben (a dolgozat 5.2. ábrája)

időfüggvénynek adódott. Az átlagos indukció azért lényeges, mert mérőtekercs segítségével ezt mérni lehet.

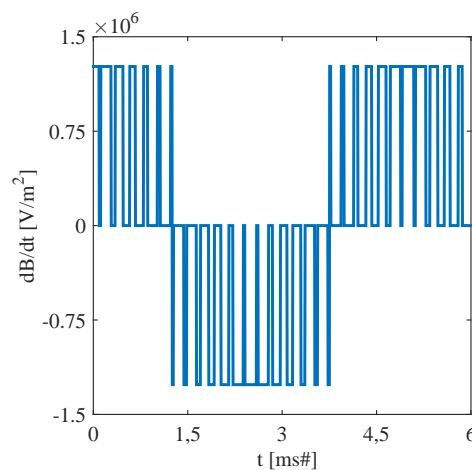
A szimulációkat a fixpontos iterációs sémával végeztem el a (4.65)-(4.69) összefüggéseknek megfelelően.

Ahogy a dolgozatban is említtem, PWM-jellel történő meghajtást a laboratóriumban rendelkezésemre álló eszközökkel nem tudok megvalósítani. Maga a PWM-jellel történő gerjesztés viszont rendkívül fontos, például a hibrid és tisztán villamos járműveken előforduló villamos motorok meghajtása céljából. Emiatt szimulációkat végeztem, amelyben a hiszterézis karakterisztikát tartalmazó végelelem-modellt PWM-feszültségjellel hajtom meg, igazolva ezzel azt, hogy a jövőben ilyen típusú gerjesztések modellezése is lehetséges lesz az eljárással. Erre nagy szükségünk lesz a Széchenyi István Egyetem Járműipari Kutató Központjában fejlesztés alatt álló különféle hibrid és tisztán villamos járművek meghajtásáért felelős villamos motorok tervezése során.

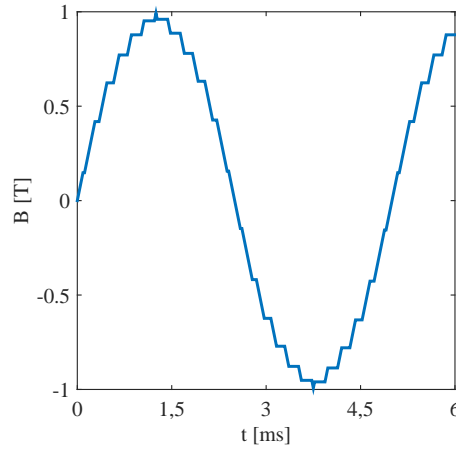
A dolgozatban példaként szereplő 5.4 ábrán (itt l. 7. ábra) látható szimulált karakterisztika az 8. ábrán látható indukcióváltozás eredményeképp jött létre. Ezt a jelet kell a gyenge alakban szereplő peremfeltételben a $\frac{dB_a}{dt}$ helyére helyettesíteni. A szimuláció eredményeképp a 9. ábrán látható mágneses indukció jön létre az anyag keresztmetszetén átlagolva, a kialakuló mágneses térerősség az anyag felületén a 10. ábrán látható. Sajnos a mágneses térerősség időfüggvénye ugrásokkal tarkított, amit a rendelkezésemre álló áramgenerátor viszonylag szűk sávszélessége miatt nem tud követni. Jövőbeni célom, hogy ezt az elrendezést megépítsem.



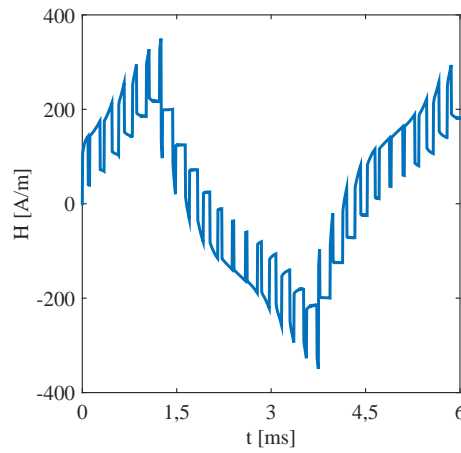
7. ábra. A dolgozat 5.4. ábrája



8. ábra. A PWM-gerjesztéshez tartozó dB_a/dt jel időfüggvénye



9. ábra. Az átlagos mágneses indukció alakulása, $f = 200$ Hz

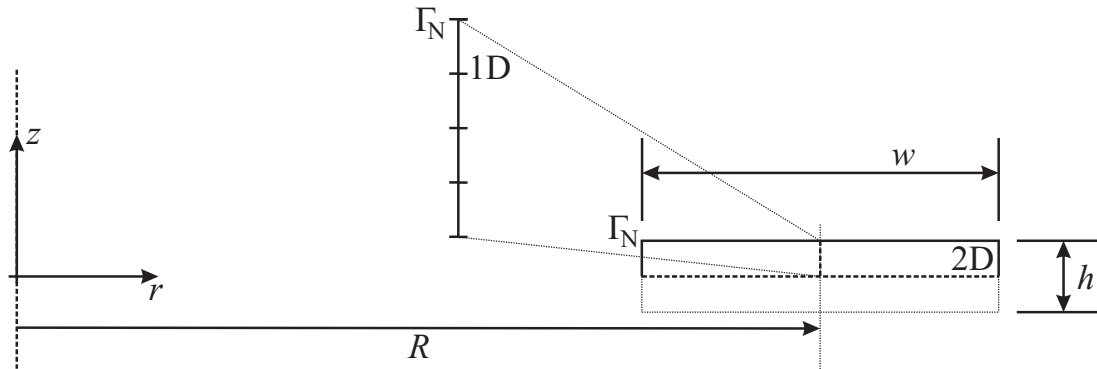


10. ábra. A felületi mágneses térerősség alakulása

Végül egy kiegészítő megjegyzést szeretnék adni az 5.2. fejezet végén található feladathoz.

A toroid transzformátor modellezését kétféleképp végeztem el: egydimenziós és kétdimenziós modellt realizálva. Mindkét esetben figyelembe vettem a szimmetriát, amit a szaggatott vonal jelöl ($z = 0$) az 5.6 ábrán (l. 11. ábra), illetve a forgásszimmetriát.

Az 5.6 ábrán azt is jelöltem, hogy a toroid R közepes sugaránál egy vonal mentén ($z = 0, \dots, h/2$) számítottam a mágneses térerősség φ irányú komponensét ($H_\varphi(z)$), s ezt hívtam 1D modellnek, azaz a toroid keresztmetszetében az r irányú kiterjedést első körben elhagytam,



11. ábra. A toroid transzformátor modellje (a dolgozat 5.6. ábrája)

feltételezem ugyanis, hogy $w \gg h/2$ ($w = 5 \text{ mm}$, $h = 0,35 \text{ mm}$).

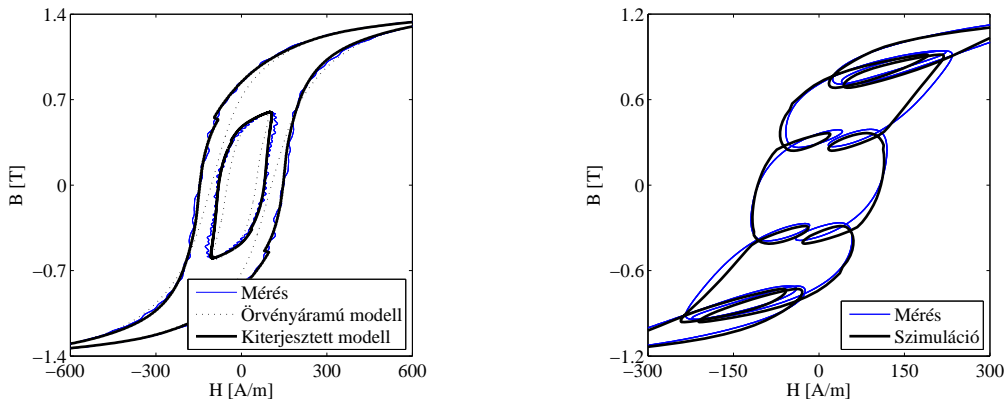
A 2D modell a teljes keresztmetszetet (pontosabban annak felét) modellezi csomóponti végelem-módszert használva a $H_\varphi(z)$ közelítésére, azaz a w szélességű és $h/2$ magasságú téglalapot, természetesen a forgásszimmetriát figyelembe véve.

Egyik esetben sem modellezem a toroidon kívüli elektromágneses teret.

Az 1D modellben a $z = h/2$ helyen lévő pontban kell előírni a peremfeltételt, ezt a pontot jelöli Γ_N , ahol a feszültségkényszert definiálom.

A 2D modell esetében a Γ_N a toroid teljes kerülete, ahol a peremfeltétel vonalintegrálját kiértékeltem.

Azt tapasztaltam, hogy az 1D modell és a 2D modell által számított karakterisztikák praktikusán megegyeznek. A szimulált hiszterézis karakterisztika vízszintes tengelyén a felületi mágneses térerősséget vettem fel, a függőleges tengelyen pedig a végelemekeken számított lokális mágneses indukciók átlagát. A mágneses térerősség felületi értéke az 1D modell esetében egyszerű: a felületen lévő csomóponti érték az, a 2D modell esetében a toroid felületére csatlakozó csomóponti értékek átlagát vettem. Az 5.7 ábrán a szimulációs eredményeket így kaptam. Ezeket itt a 12. ábrán megismétlem.



12. ábra. Mért és szimulált dinamikus görbék összevetése (M250-35A)

A Bíráló kérdése (4.3): Az 5.3 pontban közölt probléma leírása igen szűkszavú. Nem világos, hogy mit kíván ez az egyszerű kétdimenziós feladat illusztrálni. Mit jelent az „egy-egy független inverz tangens típusú nemlinearitás”? Miért „nyilvánvaló”, hogy Preisach-modell szolgáltatja a legpontosabb eredményeket? Semmilyen verifikációs eredményt nem közöl a szerző.

A jelölt válasza: A modelltranszformátorral - mint illusztrációval - azt kívántam bemutatni, hogy a különféle modellek nyilvánvalóan különböző eredményeket szolgáltatnak, ha a transzformátort felépítő vasanyag mérés útján felvett hiszterézis karakterisztikáját kevésbé pontos (lineáris, izotrop), vagy épp pontos modellel (például nemlineáris, vektoriális Preisach-modell) írom le. Az „egy-egy független inverz tangens típusú nemlinearitás” azt jelenti, hogy minden pontban, az x irányban is és az y irányban is futtatok egy-egy inverz tangens típusú nemlinearitást.

Lineáris anyagmodell esetén $\mu_r = 1000$ relatív permabilitással számoltam (5.9(a) és 5.9(b) ábra). Az anyag karakterisztikájának telítődését a $B_x = \frac{2B_s}{\pi} \text{atan}(\frac{H_x}{H_0})$ és $B_y = \frac{2B_s}{\pi} \text{atan}(\frac{H_y}{H_0})$ karakterisztikák szerint vettem figyelembe az x és az y irányban egyaránt (5.9(c) és 5.9(d) ábra), ahol $B_s = 2 \text{ T}$ és $H_0 = 100 \text{ A/m}$. Az 5.9(e) és 5.9(f) ábrán látható trajektóriákat úgy kaptam, hogy az

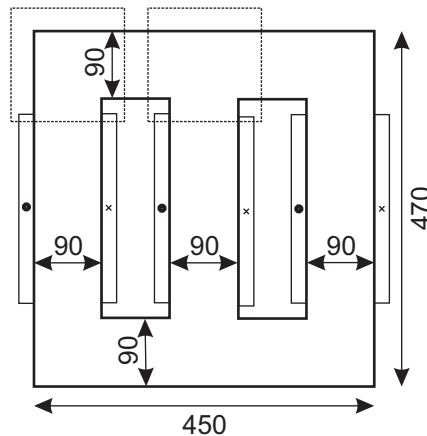
előbbi inverz tangens típusú karakterisztikákat az x és az y irányban egyaránt lecseréltem a skalár Preisach-modellre, amelyet az M250-35A anyagon mért adatok alapján identifikáltam, s végül az 5.9(g) és 5.9(h) ábra trajektóriáit a vektor Preisach-moddal számoltam. Az egyértelműen látható, hogy az egyes modellek más és más eredményt szolgáltatnak.

Az utolsó bekezdésben szereplő "nyilvánvaló" szó sajnálatosan félreérthető. Itt arra gondolok, hogy feltételezhető, hogy a pontosabb modell pontosabb eredményeket szolgáltat, ugyanakkor bizonyos körülmények között (például alacsony frekvencián) a nem túl pontos, de sokkal egyszerűbb modell is szolgáltathat elfogadható pontosságú eredményeket.

Ebben az esetben mérési eredmények nem állnak rendelkezésemre, célom az illusztráció volt.

Tulajdonképpen ez nem is transzformátor, inkább egy, a hiszterézis jelenségének vizsgálatára alkalmas elrendezés. A függőleges ágakon például a skalár hiszterézis karakterisztika mérhető, a T-csatlakozásnál pedig a forgó mágneses tér. Ezt a feladatot többek között a következő cikk 1. ábrája (l. 13. ábra) inspirálta:

J. Gyselinck, L. Vandeveld, J. Melkebeek, P. Dular, *Complementary two-dimensional finite element formulations with inclusion of vectorized Jiles-Atherton model*, COMPEL, Vol. 23., No. 4., pp. 959-967, 2004.



13. ábra. Az elrendezés méretei mm-ben

Azt gondolom, hogy egy ilyen szimulációnak fontos hozadéka, hogy a térjellemzőket a geometria tetszőleges pontjában meg lehet határozni, amiből számos lokális mennyiség számítható, például a lokális veszteség. Ezen lokális információk lényegesek lehetnek például egy villamos gép tervezése kapcsán. Ez a példa is azzal a céllal is került a dolgozatba, hogy érzékeltessem, a kidolgozott módszer számos új és pontos lokális információval szolgálhat.

A Bíráló kérdése (4.4): Az 5.4 pontban leírt példa még szükségesebb (ábrákkal együtt egy oldal). Nem világos, mi igazolható ezekkel az eredményekkel.

A jelölt válasza: Ez a 30-as sorszámú tesztfeladat a T.E.A.M.-feladatok (Testing Electromagnetic Analysis Methods) közül, illetve annak egy módosított változata. A kiírás, ami szabadon hozzáférhető a <http://www.compumag.org/jsite/team.html> honlapon, tartalmazza az elrendezés geometriáját, a gerjesztést és az anyagparamétereket, így a lineáris feladat megoldása könnyedén megismételhető. Emiatt nem ismételtem meg a geometria pontos adatait. Az eredeti kiírás szerint valamennyi mágnesezhető tartomány lineáris konstitúciós relációval írható le, a forgórészen egy alumíniumból készült gyűrű is van. A vasból és az alumíniumból készült

tartományokban örvényáramok is keletkezhetnek. A módosítás csupán abban áll, ahogy a dolgozatban is jelzem, hogy a mágnesezhető tartományok lineáris anyagkarakterisztikáját lecseréltem a dolgozatban bemutatott Preisach-modellre. A példa illusztrációs céllal került a dolgozatba, célom az volt, hogy megmutassam a modell alkalmazhatóságát.

A Bíráló kérdése (4.5): Az 5.5 pontban szereplő TEAM probléma nem alkalmas hiszterézis típusú anyagjellemzőjű feladatok vizsgálatára, hiszen hiszterézismentes jelleggörbét definiál. Nem áll rendelkezésre összehasonlítható eredmény, amely a hiszterézismodellek ellenőrzését lehetővé tenné, így az 5.15 ábra jelentősége kicsi.

A jelölt válasza: Ez a 10-es sorszámú tesztfeladat a T.E.A.M.-feladatok közül, a részletekbe menő kiírás a már említett honlapon fellelhető. Emiatt itt sem ismétlem meg az adatokat. Az eredeti kiírás szerint valamennyi mágnesezhető tartomány egyértékű nemlineáris karakterisztikával írható le, a feladat statikus. A módosítás csupán abban áll, ahogy a dolgozatban is jelzem, hogy a mágnesezhető tartományok anyagkarakterisztikáját lecseréltem a dolgozatban bemutatott Preisach-modellre. Ez is egy illusztratív példa, amelyben bemutatom és igazolom a statikus modell és a kiterjesztett dinamikus modell alkalmazhatóságát. A Bírálóval egyetértek, valóban nem állnak rendelkezésre összehasonlításra felhasználható eredmények.

A Bíráló kérdése (4.6): Az 5.6. pontban közölt példa, lévén kétdimenziós, megintcsak nem alkalmas a várt eredmény elérésére. Az itt közölt eredményeket a szerző felhasználta az 1. tézishez elvégzett verifikáció során, így önálló, új eredményekként azok nem értékelhetők.

A jelölt válasza: Az 5.6. fejezet azt a munkát mutatja be, amelyet a vektor hiszterézis mérésére alkalmas elrendezés tervezésekor végeztem. A feladat megoldása során háromdimenziós problémát oldottam meg. A fő kérdés az volt, hogy a térjellemzők mérésére alkalmas szenzorok méretének kiválasztása és elhelyezése hogyan történjen meg. A legfontosabb eredménynek itt az 5.24. ábrán látható eredményeket tartom, miszerint a mágneses térerősség változása a lemez felületéhez közel a lemez felületétől mért távolságban jó közelítéssel lineárisan változik. Ez lehetővé teszi a lemez felületén a mágneses térerősség extrapolációját két szenzor jelét felhasználva. A lemez felületén a mágneses térerősség mérése egyébként fizikailag nem lehetséges. Az irodalmat ismerve, ez a saját új tudományos eredményem, ami a méréssel függ ugyan össze, de numerikus térszámítás ihlette.

Ismételten köszönöm Professzor Úr szakértő, gondos bírálói munkáját.

Győr, 2015. június 16.

Kuczmann Miklós